



مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: -

تاریخ برگزاری:

مرکز مشاوره قلم چی

①

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

اگر یکی از جواب‌های معادله درجه دوم $m^2 - 7x + 2m = 0$ برابر ۲ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

بارم: ۱

①

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

اگر یکی از جواب‌های معادله درجه دوم $m^2 - 7x + 2m = 0$ برابر ۲ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

بارم: ۱

②

تشریحی ۱۴۰۰ ساده

چهار برابر مربع عددی مثبت، از چهار برابر خود آن عدد، ۳ واحد بیش‌تر است. این عدد کدام است؟

بارم: ۱

②

تشریحی ۱۴۰۰ ساده

چهار برابر مربع عددی مثبت، از چهار برابر خود آن عدد، ۳ واحد بیش‌تر است. این عدد کدام است؟

بارم: ۱

③

تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

اگر قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادله $(x-2)^2 = (k-1)^4$ برابر ۸ باشد، آن‌گاه حاصل ضرب مقادیر مختلف k کدام است؟

بارم: ۱

③

تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

اگر قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادله $(x-2)^2 = (k-1)^4$ برابر ۸ باشد، آن‌گاه حاصل ضرب مقادیر مختلف k کدام است؟

بارم: ۱

④

تکاج ۱۳۸۴ متوسط

حل کنید.

بارم: ۱

$$(x+5)^2 + (2x-7)^2 = 82$$

④

تکاج ۱۳۸۴ متوسط

حل کنید.

بارم: ۱

$$(x+5)^2 + (2x-7)^2 = 82$$

⑤

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

اگر معادله درجه دوم $(m + \frac{n}{3})x^2 - (2m - n)x - 3 = 0$ دارای ریشه مضاعف $x = 3$ باشد، حاصل $m + n$ کدام است؟

بارم: ۱

⑤

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

اگر معادله درجه دوم $(m + \frac{n}{3})x^2 - (2m - n)x - 3 = 0$ دارای ریشه مضاعف $x = 3$ باشد، حاصل $m + n$ کدام است؟

بارم: ۱

⑥

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶ متوسط

به ازای چه مقادیری از a معادله $(a+1)x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ جواب حقیقی ندارد؟

بارم: ۰.۷۵

⑥

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶ متوسط

به ازای چه مقادیری از a معادله $(a+1)x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ جواب حقیقی ندارد؟

بارم: ۰.۷۵

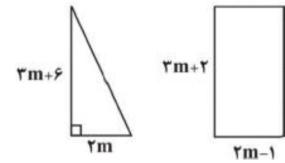
۷

اندازه مساحت مستطیل و مثلث قائم الزاویه زیر با هم برابر است. مقدار m را به دست آورید.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

بارم: ۱.۷۵



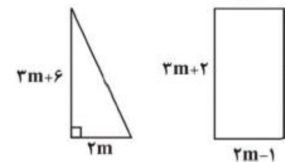
۷

اندازه مساحت مستطیل و مثلث قائم الزاویه زیر با هم برابر است. مقدار m را به دست آورید.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

بارم: ۱.۷۵



۸

پدری از پسرش ۲۵ سال بزرگتر است. اگر ۵ سال بعد حاصل ضرب سن پدر و پسر برابر ۹۰۰ باشد، آن گاه مجموع سن کنونی پدر و پسر کدام است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۸

پدری از پسرش ۲۵ سال بزرگتر است. اگر ۵ سال بعد حاصل ضرب سن پدر و پسر برابر ۹۰۰ باشد، آن گاه مجموع سن کنونی پدر و پسر کدام است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۹

اگر معادله $ax^2 - 20x + 25 = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، آن ریشه کدام است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

۹

اگر معادله $ax^2 - 20x + 25 = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، آن ریشه کدام است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

۱۰

چه عددی را به طرفین معادله زیر اضافه کنیم تا بتوانیم با استفاده از روش مربع کامل آن را حل کنیم؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

$$x^2 + \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}} x = 0$$

۱۰

چه عددی را به طرفین معادله زیر اضافه کنیم تا بتوانیم با استفاده از روش مربع کامل آن را حل کنیم؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

$$x^2 + \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}} x = 0$$

۱۱

اگر جوابهای معادله درجه دوم $(m-1)x^2 + \sqrt{m}x + m^2 + 2m - 3 = 0$ معکوس یکدیگر باشند، مقدار m کدام است؟

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

۱۱

اگر جوابهای معادله درجه دوم $(m-1)x^2 + \sqrt{m}x + m^2 + 2m - 3 = 0$ معکوس یکدیگر باشند، مقدار m کدام است؟

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

۱۲

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

در حل معادله $5 = x^2 + 13x - 5$ به روش مربع کامل، از چه عددی جذر گرفته می‌شود؟

بارم: ۱

۱۲

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

در حل معادله $5 = x^2 + 13x - 5$ به روش مربع کامل، از چه عددی جذر گرفته می‌شود؟

بارم: ۱

۱۳

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

اگر در معادله درجه دوم $0 = ax^2 - (4a^2 + 4a)x + (4a^3 + 6a^2 + 2a)$ یکی از ریشه‌ها $x = 2$ و a یک عدد حقیقی باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای a کدام است؟

بارم: ۱

۱۳

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

اگر در معادله درجه دوم $0 = ax^2 - (4a^2 + 4a)x + (4a^3 + 6a^2 + 2a)$ یکی از ریشه‌ها $x = 2$ و a یک عدد حقیقی باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای a کدام است؟

بارم: ۱

۱۴

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

فشار خون نرمال یک شخص مذکر، برحسب میلی‌متر جیوه از رابطه $P = 0.006s^2 - 0.02s + 120$ به دست می‌آید که در آن P مقدار فشار خون فرد و s سن آن فرد است. سن فرد چقدر باشد تا فشار خون او برابر با ۱۳۴ میلی‌متر جیوه باشد؟

بارم: ۱

۱۴

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

فشار خون نرمال یک شخص مذکر، برحسب میلی‌متر جیوه از رابطه $P = 0.006s^2 - 0.02s + 120$ به دست می‌آید که در آن P مقدار فشار خون فرد و s سن آن فرد است. سن فرد چقدر باشد تا فشار خون او برابر با ۱۳۴ میلی‌متر جیوه باشد؟

بارم: ۱

۱۵

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

وسط یک زمین مستطیل شکل، به مساحت ۳۸۴ متر مربع، زمین چمن مستطیل شکلی قرار دارد که طول آن ۲۰ متر و عرض آن ۱۲ متر است و فاصله همه لبه‌های زمین چمن تا اضلاع زمین یکسان است. در این صورت محیط زمین مستطیل شکل چندمتر است؟

بارم: ۱

۱۵

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

وسط یک زمین مستطیل شکل، به مساحت ۳۸۴ متر مربع، زمین چمن مستطیل شکلی قرار دارد که طول آن ۲۰ متر و عرض آن ۱۲ متر است و فاصله همه لبه‌های زمین چمن تا اضلاع زمین یکسان است. در این صورت محیط زمین مستطیل شکل چندمتر است؟

بارم: ۱

۱۶

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۵ دشوار

حاصل ضرب دو عدد فرد متوالی، ۲۶ واحد از ۹ برابر عدد بزرگ‌تر، بیش تر است. آن دو عدد را به دست آورید. (معادله درجه ۲ را به روش فرمول کلی حل کنید.)

بارم: ۲

۱۶

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۵ دشوار

حاصل ضرب دو عدد فرد متوالی، ۲۶ واحد از ۹ برابر عدد بزرگ‌تر، بیش تر است. آن دو عدد را به دست آورید. (معادله درجه ۲ را به روش فرمول کلی حل کنید.)

بارم: ۲

۱۷

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

کف اتاقی به ابعاد 4×5 متر، یک قالی به مساحت ۱۲ مترمربع پهن شده است. اگر فاصله لبه‌های قالی تا دیوار یکسان باشد، این فاصله چقدر است؟

بارم: ۱

۱۷

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

کف اتاقی به ابعاد 4×5 متر، یک قالی به مساحت ۱۲ مترمربع پهن شده است. اگر فاصله لبه‌های قالی تا دیوار یکسان باشد، این فاصله چقدر است؟

بارم: ۱

۱۸

تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

اگر ریشه‌های معادله $0 = x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + 2$ با هم برابر باشند، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

بارم: ۱

(۱۸)

تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

اگر ریشه‌های معادله $x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + 2 = 0$ با هم برابر باشند، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

بارم: ۱

(۱۹)

تکاج ۱۳۸۴ متوسط

حل کنید.

بارم: ۱

$$5x^2 + 16x + 2 = 0$$

(۱۹)

تکاج ۱۳۸۴ متوسط

حل کنید.

بارم: ۱

$$5x^2 + 16x + 2 = 0$$

(۲۰)

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

اگر اختلاف بین جواب‌های معادله $6x^2 + 6x - 36 = 0$ ، نصف مجموع جواب‌های معادله $-2x^2 + bx + 10 = 0$ باشد، مقدار b کدام است؟

بارم: ۱

(۲۰)

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

اگر اختلاف بین جواب‌های معادله $6x^2 + 6x - 36 = 0$ ، نصف مجموع جواب‌های معادله $-2x^2 + bx + 10 = 0$ باشد، مقدار b کدام است؟

بارم: ۱

(۲۱)

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{C} = 90^\circ$)، طول اضلاع AB ، AC و BC به ترتیب از راست به چپ $3x+1$ ، $2x+3$ و $x+2$ است. محیط مثلث چند برابر مساحت آن است؟

بارم: ۱

(۲۱)

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{C} = 90^\circ$)، طول اضلاع AB ، AC و BC به ترتیب از راست به چپ $3x+1$ ، $2x+3$ و $x+2$ است. محیط مثلث چند برابر مساحت آن است؟

بارم: ۱

(۲۲)

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

حاصل $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ کدام است؟

بارم: ۱

(۲۲)

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

حاصل $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ کدام است؟

بارم: ۱

(۲۳)

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

در حل معادله $x^2 + 3x - 2 = 0$ به روش مربع کامل، از چه عددی جذر گرفته می‌شود؟

بارم: ۱

(۲۳)

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

در حل معادله $x^2 + 3x - 2 = 0$ به روش مربع کامل، از چه عددی جذر گرفته می‌شود؟

بارم: ۱

(۲۴)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

اگر $x = 1$ یکی از ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - a = 0$ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

بارم: ۱

(۲۴)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

اگر $x = 1$ یکی از ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - a = 0$ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

بارم: ۱

(۲۵)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

مجموع جواب‌های معادله $6k - 2 = 3k(3k - 1)$ کدام است؟

بارم: ۱

(۲۵)

مجموع جواب‌های معادله $3k(3k-1) = 2 - 6k$ کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

بارم: ۱

(۲۶)

اگر معادله درجه دوم $ax^2 - 8ax - 32a - 8 = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، a کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

بارم: ۱

(۲۶)

اگر معادله درجه دوم $ax^2 - 8ax - 32a - 8 = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، a کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

بارم: ۱

(۲۷)

حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی از دو برابر حاصل جمعشان ۸ واحد بیش‌تر است، مربع عدد بزرگ‌تر حداکثر کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

بارم: ۱

(۲۷)

حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی از دو برابر حاصل جمعشان ۸ واحد بیش‌تر است، مربع عدد بزرگ‌تر حداکثر کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

بارم: ۱

(۲۸)

معادله درجه دوم $mx^2 + (m-1)x + 3 = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

بارم: ۱

(۲۸)

معادله درجه دوم $mx^2 + (m-1)x + 3 = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

بارم: ۱

(۲۹)

اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر ۸ سال است و ۵ سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۴۶۸ می‌شود. چند سال بعد از زمان فعلی، مجموع سن آن‌ها ۱۰۰ می‌شود؟

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

بارم: ۱

(۲۹)

اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر ۸ سال است و ۵ سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۴۶۸ می‌شود. چند سال بعد از زمان فعلی، مجموع سن آن‌ها ۱۰۰ می‌شود؟

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

بارم: ۱

(۳۰)

عبارت $\frac{7x}{x^2+x-6}$ به ازای چند مقدار حقیقی از x تعریف نشده است؟

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

بارم: ۱

(۳۰)

عبارت $\frac{7x}{x^2+x-6}$ به ازای چند مقدار حقیقی از x تعریف نشده است؟

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

بارم: ۱

(۳۱)

اگر در حل معادله $3x^2 - x - 10 = 0$ با روش مربع کامل به تساوی $(x - \frac{1}{a})^2 = \frac{b}{36}$ برسیم، مقدار b کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

بارم: ۱

(۳۱)

اگر در حل معادله $3x^2 - x - 10 = 0$ با روش مربع کامل به تساوی $(x - \frac{1}{a})^2 = \frac{b}{36}$ برسیم، مقدار b کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

بارم: ۱

(۳۲)

اگر معادله درجه دوم $x(2x-5) = a$ ریشه مضاعف داشته باشد، حاصل جمع مقدار a با ریشه مضاعف معادله کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

بارم: ۱

(۳۲)

اگر معادله درجه دوم $x(2x-5) = a$ ریشه مضاعف داشته باشد، حاصل جمع مقدار a با ریشه مضاعف معادله کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

بارم: ۱

(۳۳)

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

در معادله $\frac{t^2}{9} - \frac{t}{6} - \frac{1}{3} = 0$ ، قدرمطلق تفاضل جواب‌ها کدام است؟

بارم: ۱

(۳۳)

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

در معادله $\frac{t^2}{9} - \frac{t}{6} - \frac{1}{3} = 0$ ، قدرمطلق تفاضل جواب‌ها کدام است؟

بارم: ۱

(۳۴)

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

اگر مجموع مربعات سه عدد متوالی مضرب ۳ برابر ۴۵ باشد، قدرمطلق مجموع این سه عدد کدام است؟

بارم: ۱

(۳۴)

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

اگر مجموع مربعات سه عدد متوالی مضرب ۳ برابر ۴۵ باشد، قدرمطلق مجموع این سه عدد کدام است؟

بارم: ۱

(۳۵)

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

اگر معادله درجه دوم $x(x+3) = -3a$ ، جواب حقیقی نداشته باشد، حدود a کدام است؟

بارم: ۱

(۳۵)

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

اگر معادله درجه دوم $x(x+3) = -3a$ ، جواب حقیقی نداشته باشد، حدود a کدام است؟

بارم: ۱

(۳۶)

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

با استفاده از ۵۰ متر نرده، یک مزرعه مستطیلی شکل به مساحت ۱۴۴ متر مربع را حصار کرده‌ایم. جذر نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟

بارم: ۱

(۳۶)

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

با استفاده از ۵۰ متر نرده، یک مزرعه مستطیلی شکل به مساحت ۱۴۴ متر مربع را حصار کرده‌ایم. جذر نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟

بارم: ۱

(۳۷)

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

در مسابقات یک فصل از یک لیگ فوتبال که بازی‌های رفت و برگشت دارد، در مجموع تعداد ۵۶ بازی انجام می‌شود. تعداد تیم‌های شرکت کننده در این لیگ کدام است؟

بارم: ۱

(۳۷)

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

در مسابقات یک فصل از یک لیگ فوتبال که بازی‌های رفت و برگشت دارد، در مجموع تعداد ۵۶ بازی انجام می‌شود. تعداد تیم‌های شرکت کننده در این لیگ کدام است؟

بارم: ۱

(۳۸)

ساده تشریحی ۱۳۹۷

برای حل معادله $2x^2 = 3x + 5$ از روش مربع کامل، بعد از یک شدن ضریب x^2 ، چه عددی باید به طرفین معادله اضافه کنیم تا عبارت به مربع کامل تبدیل شود؟

بارم: ۱

(۳۸)

ساده تشریحی ۱۳۹۷

برای حل معادله $2x^2 = 3x + 5$ از روش مربع کامل، بعد از یک شدن ضریب x^2 ، چه عددی باید به طرفین معادله اضافه کنیم تا عبارت به مربع کامل تبدیل شود؟

بارم: ۱

(۳۹)

متوسط تکاج ۱۳۸۴

معادله $x^2 - 8x + 13 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید.

بارم: ۱

(۳۹)

متوسط تکاج ۱۳۸۴

معادله $x^2 - 8x + 13 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید.

بارم: ۱

(۴۰)

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

بارم: ۲



مطابق شکل زیر، مساحت یک قاب عکس برابر با ۱۰۴ سانتی متر مربع است. در این قاب عکس، یک عکس با ابعاد ۴ در ۹ سانتی متر قرار دارد که فاصله ی لبه های عکس از لبه های قاب یکسان است. محیط قاب عکس را بیابید.

(۴۰)

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

بارم: ۲



مطابق شکل زیر، مساحت یک قاب عکس برابر با ۱۰۴ سانتی متر مربع است. در این قاب عکس، یک عکس با ابعاد ۴ در ۹ سانتی متر قرار دارد که فاصله ی لبه های عکس از لبه های قاب یکسان است. محیط قاب عکس را بیابید.

(۴۱)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

به ازای کدام مقادیر m ، معادله درجه دوم $(m-2)x^2 - 3x + (m+2) = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است؟

(۴۱)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

به ازای کدام مقادیر m ، معادله درجه دوم $(m-2)x^2 - 3x + (m+2) = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است؟

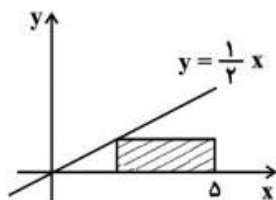
(۴۲)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

اگر مساحت مستطیل زیر ۳ باشد، محیط مستطیل کدام می تواند باشد؟



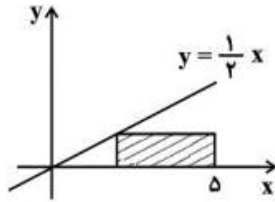
(۴۲)

اگر مساحت مستطیل زیر ۳ باشد، محیط مستطیل کدام می‌تواند باشد؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱



(۴۳)

اگر معادله درجه دوم $2x(x+2) = -k$ ریشه حقیقی نداشته باشد، کم‌ترین مقدار صحیح k کدام است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

(۴۳)

اگر معادله درجه دوم $2x(x+2) = -k$ ریشه حقیقی نداشته باشد، کم‌ترین مقدار صحیح k کدام است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

(۴۴)

به سوالات زیر پاسخ دهید.

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶

بارم: ۱.۷۵

الف) جاهای خالی زیر را با پاسخ‌های مناسب تکمیل کنید، به طوری که معادله درجه دوم $x^2 - 10x - 2 = 0$ را به روش مربع کامل کردن حل کرده باشیم.

$$x^2 - 10x = 2 \Rightarrow x^2 - 10x + \dots = 2 + \dots \Rightarrow (x - 5)^2 = \dots \Rightarrow x = 5 \pm \dots$$

ب) معادله درجه دوم $x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$ را با روش فرمول کلی حل کنید.

(۴۴)

به سوالات زیر پاسخ دهید.

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶

بارم: ۱.۷۵

الف) جاهای خالی زیر را با پاسخ‌های مناسب تکمیل کنید، به طوری که معادله درجه دوم $x^2 - 10x - 2 = 0$ را به روش مربع کامل کردن حل کرده باشیم.

$$x^2 - 10x = 2 \Rightarrow x^2 - 10x + \dots = 2 + \dots \Rightarrow (x - 5)^2 = \dots \Rightarrow x = 5 \pm \dots$$

ب) معادله درجه دوم $x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$ را با روش فرمول کلی حل کنید.

(۴۵)

m را چنان بیابید که معادله $\frac{x^2}{m} - \frac{(m+1)}{m}x = -m$ ریشه مضاعف داشته باشد.

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

بارم: ۱.۵

(۴۵)

m را چنان بیابید که معادله $\frac{x^2}{m} - \frac{(m+1)}{m}x = -m$ ریشه مضاعف داشته باشد.

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

بارم: ۱.۵

(۴۶)

به ازای کدام مقدار m ، معادله $x^2 + (m-1)x + m + 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف منفی است؟

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

(۴۶)

به ازای کدام مقدار m ، معادله $x^2 + (m-1)x + m + 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف منفی است؟

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

(۴۷)

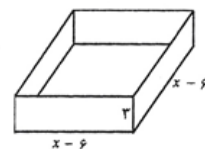
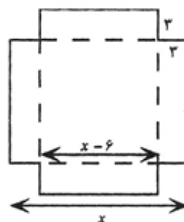
دشوار

تکاج ۱۳۸۴

یک جعبه بدون در پوش با قاعده مربع شکل از مقوای مربع شکلی با بریدن و تا کردن ۳ سانتی متر از هر گوشه ی آن ساخته می شود. اگر حجم مکعب، ۷۵ سانتی متر مکعب باشد، اندازه مقوای مصرف شده چه قدر است؟

بارم: ۱

شکلی مانند شکل زیر رسم کنید.



(۴۷)

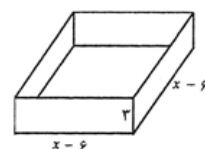
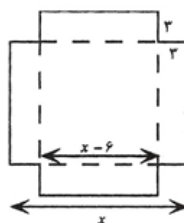
دشوار

تکاج ۱۳۸۴

یک جعبه بدون در پوش با قاعده مربع شکل از مقوای مربع شکلی با بریدن و تا کردن ۳ سانتی متر از هر گوشه ی آن ساخته می شود. اگر حجم مکعب، ۷۵ سانتی متر مکعب باشد، اندازه مقوای مصرف شده چه قدر است؟

بارم: ۱

شکلی مانند شکل زیر رسم کنید.



(۴۸)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

ریشه های معادله $x^2 + 2\sqrt{5}x + 5 = 0$:

بارم: ۱

(۴۸)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

ریشه های معادله $x^2 + 2\sqrt{5}x + 5 = 0$:

بارم: ۱

(۴۹)

متوسط

تکاج ۱۳۸۴

معادله $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$ را حل کنید.

بارم: ۱

(۴۹)

متوسط

تکاج ۱۳۸۴

معادله $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$ را حل کنید.

بارم: ۱

(۵۰)

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

طول یک نوع سرامیک ۲ سانتی متر بلندتر از سه برابر عرض آن است. برای پوشاندن زمینی به مساحت ۲۴ مترمربع، تعداد ۲۰۰۰ سرامیک مصرف شده است. طول و عرض سرامیک را محاسبه کنید.

بارم: ۱.۷۵

(۵۰)

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

طول یک نوع سرامیک ۲ سانتی متر بلندتر از سه برابر عرض آن است. برای پوشاندن زمینی به مساحت ۲۴ مترمربع، تعداد ۲۰۰۰ سرامیک مصرف شده است. طول و عرض سرامیک را محاسبه کنید.

بارم: ۱.۷۵

(۵۱)

تشریحی ۱۳۹۹ دشوار

اگر جواب‌های معادله درجه دوم $(x-2)^2 = (k-1)^4$ ، 8 واحد با هم اختلاف داشته باشند، آن‌گاه حاصل ضرب مقادیر ممکن برای k کدام است؟

بارم: ۱

(۵۱)

تشریحی ۱۳۹۹ دشوار

اگر جواب‌های معادله درجه دوم $(x-2)^2 = (k-1)^4$ ، 8 واحد با هم اختلاف داشته باشند، آن‌گاه حاصل ضرب مقادیر ممکن برای k کدام است؟

بارم: ۱

(۵۲)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

اگر مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی ۶۱ باشد، مجموع آن دو عدد کدام است؟

بارم: ۱

(۵۲)

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

اگر مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی ۶۱ باشد، مجموع آن دو عدد کدام است؟

بارم: ۱

(۵۳)

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

اگر معادله $2x^2 + 5x = 3$ را به صورت $(x+a)^2 = b$ بنویسیم، حاصل $a+b$ کدام است؟

بارم: ۱

(۵۳)

تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

اگر معادله $2x^2 + 5x = 3$ را به صورت $(x+a)^2 = b$ بنویسیم، حاصل $a+b$ کدام است؟

بارم: ۱

(۵۴)

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

اگر معادله $x^2 - (2m+3)x + m^2 = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، مقدار این ریشه کدام است؟

بارم: ۱

(۵۴)

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

اگر معادله $x^2 - (2m+3)x + m^2 = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، مقدار این ریشه کدام است؟

بارم: ۱

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱

مقدار $x=2$ در معادله صدق می‌کند، پس:

$$(m-1) \times 2^2 - 7 \times 2 + 2m = 0 \Rightarrow 4m - 4 - 14 + 2m = 0$$

$$\Rightarrow 6m = 18 \Rightarrow m = 3$$

معادله به صورت $2x^2 - 7x + 6 = 0$ در می‌آید که ریشه‌های آن برابرند با:

$$x_{1,2} = \frac{+7 \pm \sqrt{49 - 48}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4} \Rightarrow x = 2, x = \frac{3}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱

مقدار $x=2$ در معادله صدق می‌کند، پس:

$$(m-1) \times 2^2 - 7 \times 2 + 2m = 0 \Rightarrow 4m - 4 - 14 + 2m = 0$$

$$\Rightarrow 6m = 18 \Rightarrow m = 3$$

معادله به صورت $2x^2 - 7x + 6 = 0$ در می‌آید که ریشه‌های آن برابرند با:

$$x_{1,2} = \frac{+7 \pm \sqrt{49 - 48}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4} \Rightarrow x = 2, x = \frac{3}{2}$$

ساده

تشریحی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۲

اگر عدد را x فرض کنیم، داریم:

$$4x^2 = 4x + 3, \quad x > 0$$

$$4x^2 - 4x = 3$$

به روش مربع کامل، معادله فوق را حل می‌کنیم:

$$4x^2 - 4x + 1 - 1 = 3 \Rightarrow (2x - 1)^2 - 1 = 3$$

$$\Rightarrow (2x - 1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 2 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ قی} \\ 2x - 1 = -2 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ غی} \end{cases}$$

ساده

تشریحی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۲

اگر عدد را x فرض کنیم، داریم:

$$4x^2 = 4x + 3, \quad x > 0$$

$$4x^2 - 4x = 3$$

به روش مربع کامل، معادله فوق را حل می‌کنیم:

$$4x^2 - 4x + 1 - 1 = 3 \Rightarrow (2x - 1)^2 - 1 = 3$$

$$\Rightarrow (2x - 1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 2 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ قی} \\ 2x - 1 = -2 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ غی} \end{cases}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳

$$(x - 2)^2 = (k - 1)^2 \Rightarrow x - 2 = \pm(k - 1)^2$$

$$\Rightarrow x = \pm(k - 1)^2 + 2$$

$$= |((k - 1)^2 + 2) - (-(k - 1)^2 + 2)| = \text{قدرمطلق تفاضل جواب‌ها}$$

$$= |2(k - 1)^2| = 8$$

$$\Rightarrow (k - 1)^2 = 4 \Rightarrow k - 1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} k - 1 = 2 \Rightarrow k = 3 \\ k - 1 = -2 \Rightarrow k = -1 \end{cases}$$

پس حاصل ضرب مقادیر ممکن k برابر با -3 است.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳

$$(x-2)^2 = (k-1)^2 \Rightarrow x-2 = \pm(k-1)^2$$

$$\Rightarrow x = \pm(k-1)^2 + 2$$

$$\text{قدرمطلق تفاضل جوابها} = |((k-1)^2 + 2) - (-(k-1)^2 + 2)|$$

$$= |2(k-1)^2| = 8$$

$$\Rightarrow (k-1)^2 = 4 \Rightarrow k-1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} k-1=2 \Rightarrow k=3 \\ k-1=-2 \Rightarrow k=-1 \end{cases}$$

پس حاصل ضرب مقادیر ممکن k برابر با -3 است.

متوسط

تکاج ۱۳۸۴

گزینه درست: null

سوال ۴

پرانتزها را حذف کرده، جمله های مشابه را ترکیب کنید؛ معادله ی درجه دو حاصل، قابل تجزیه است.

$$(x+5)^2 + (2x-7)^2 = 82$$

$$x^2 + 10x + 25 + 4x^2 - 28x + 49 = 82$$

$$5x^2 - 18x - 8 = 0$$

$$(5x+2)(x-4) = 0$$

$$x = -\frac{2}{5} \text{ یا } x = 4$$

متوسط

تکاج ۱۳۸۴

گزینه درست: null

سوال ۴

پرانتزها را حذف کرده، جمله های مشابه را ترکیب کنید؛ معادله ی درجه دو حاصل، قابل تجزیه است.

$$(x+5)^2 + (2x-7)^2 = 82$$

$$x^2 + 10x + 25 + 4x^2 - 28x + 49 = 82$$

$$5x^2 - 18x - 8 = 0$$

$$(5x+2)(x-4) = 0$$

$$x = -\frac{2}{5} \text{ یا } x = 4$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵

راه حل اول: چون معادله ریشه مضاعف دارد، $\Delta = 0$ است و همچنین، مقدار ریشه مضاعف از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ به دست می آید. پس:

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 3 = \frac{2m - n}{2m + \frac{2n}{3}} \Rightarrow 6m + 2n = 2m - n \Rightarrow 4m + 3n = 0$$

$$\Rightarrow m = -\frac{3n}{4} \quad (1)$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-2m - n)^2 - 4(-3)\left(m + \frac{n}{3}\right) = 0 \xrightarrow{(1)}$$

$$\left(-\frac{3n}{2} - n\right)^2 + 12\left(-\frac{3n}{4} + \frac{n}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{25n^2}{4} - 9n + 4n = 0 \Rightarrow \frac{25}{4}n^2 - 5n = 0$$

$$\Rightarrow 5n\left(\frac{5}{4}n - 1\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ غ.ق.ی.} \\ n = \frac{4}{5} \xrightarrow{(1)} m = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

پس $n + m = \frac{1}{5} = 0.2$. توجه کنید که به ازای $n = 0$ ، مقدار m هم صفر می شود که در آن صورت معادله ای در کار نخواهد بود.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵

راه حل اول: چون معادله ریشه مضاعف دارد، $\Delta = 0$ است و همچنین، مقدار ریشه مضاعف از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ به دست می آید. پس:

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 3 = \frac{2m - n}{2m + \frac{2n}{3}} \Rightarrow 6m + 2n = 2m - n \Rightarrow 4m + 3n = 0$$

$$\Rightarrow m = -\frac{3n}{4} \quad (1)$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-2m - n)^2 - 4(-3)\left(m + \frac{n}{3}\right) = 0 \xrightarrow{(1)}$$

$$\left(-\frac{3n}{2} - n\right)^2 + 12\left(-\frac{3n}{4} + \frac{n}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{25n^2}{4} - 9n + 4n = 0 \Rightarrow \frac{25}{4}n^2 - 5n = 0$$

$$\Rightarrow 5n\left(\frac{5}{4}n - 1\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ غ.ق.ی.} \\ n = \frac{4}{5} \xrightarrow{(1)} m = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

پس $n + m = \frac{1}{5} = 0.2$. توجه کنید که به ازای $n = 0$ ، مقدار m هم صفر می شود که در آن صورت معادله ای در کار نخواهد بود.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۶

$$\Delta < 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2a)^2 - 4(a+1)(a+2) < 0$$

$$\Delta = 4a^2 - 4a^2 - 12a - 8 < 0$$

$$\Delta = -12a - 8 < 0 \Rightarrow -12a < 8 \Rightarrow a > -\frac{2}{3}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۶

 $\Delta < 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2a)^2 - 4(a+1)(a+2) < 0$$

$$\Delta = 4a^2 - 4a^2 - 12a - 8 < 0$$

$$\Delta = -12a - 8 < 0 \Rightarrow -12a < 8 \Rightarrow a > -\frac{2}{3}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۷

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} (3m + 6)(2m) = 3m^2 + 6m$$

$$S_{\square} = (3m + 2)(2m - 1) = 6m^2 + m - 2$$

$$3m^2 + 6m = 6m^2 + m - 2 \Rightarrow 3m^2 - 5m - 2 = 0$$

$$m_1, m_2 = \frac{5 \pm \sqrt{45 + 24}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6} = \begin{cases} m_1 = 2 \\ m_2 = -\frac{1}{3} \end{cases} \text{ غ ق } \frac{1}{3}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۷

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} (3m + 6)(2m) = 3m^2 + 6m$$

$$S_{\square} = (3m + 2)(2m - 1) = 6m^2 + m - 2$$

$$3m^2 + 6m = 6m^2 + m - 2 \Rightarrow 3m^2 - 5m - 2 = 0$$

$$m_1, m_2 = \frac{5 \pm \sqrt{45 + 24}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6} = \begin{cases} m_1 = 2 \\ m_2 = -\frac{1}{3} \end{cases} \text{ غ ق } \frac{1}{3}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۸

سن پسر را x و سن پدر را y در نظر می‌گیریم، پس:

$$y = 25 + x$$

$$(y + 5)(x + 5) = 900 \Rightarrow (25 + x + 5)(x + 5) = 900$$

$$\Rightarrow (x + 30)(x + 5) = 900 \Rightarrow x^2 + 35x + 150 = 900$$

$$\Rightarrow x^2 + 35x - 750 = 0$$

$$\Delta = (35)^2 - 4(1)(-750) = 1225 + 3000 = 4225$$

$$\Rightarrow x = \frac{-35 \pm \sqrt{4225}}{2} = \frac{-35 \pm 65}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-35 - 65}{2} = -50 \text{ غ ق } 50 \\ x_2 = \frac{-35 + 65}{2} = 15 \Rightarrow y = 40 \end{cases}$$

$$x + y = 15 + 40 = 55$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۸

سن پسر را x و سن پدر را y در نظر می‌گیریم، پس:

$$y = 25 + x$$

$$(y + 5)(x + 5) = 900 \Rightarrow (25 + x + 5)(x + 5) = 900$$

$$\Rightarrow (x + 30)(x + 5) = 900 \Rightarrow x^2 + 35x + 150 = 900$$

$$\Rightarrow x^2 + 35x - 750 = 0$$

$$\Delta = (35)^2 - 4(1)(-750) = 1225 + 3000 = 4225$$

$$\Rightarrow x = \frac{-35 \pm \sqrt{4225}}{2} = \frac{-35 \pm 65}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-35 - 65}{2} = -50 & \text{غنی قی} \\ x_2 = \frac{-35 + 65}{2} = 15 & \Rightarrow y = 40 \end{cases}$$

$$x + y = 15 + 40 = 55$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۹

برای آن‌که معادله درجه دوم ریشه مضاعف داشته باشد، باید Δ معادله صفر باشد. یعنی:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-20)^2 - 4(a)25 = 0 \Rightarrow 400 - 100a = 0$$

$$\Rightarrow a = 4$$

در این حالت پاسخ معادله $x = -\frac{b}{2a}$ است یعنی:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-20}{2 \times 4} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۹

برای آن‌که معادله درجه دوم ریشه مضاعف داشته باشد، باید Δ معادله صفر باشد. یعنی:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-20)^2 - 4(a)25 = 0 \Rightarrow 400 - 100a = 0$$

$$\Rightarrow a = 4$$

در این حالت پاسخ معادله $x = -\frac{b}{2a}$ است یعنی:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-20}{2 \times 4} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۰

برای حل معادله $x^2 + bx = 0$ از روش مربع کامل باید به طرفین معادله $(\frac{b}{2})^2$ را اضافه کنیم، پس خواهیم داشت:

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}}}{2}\right)^2 = \frac{5-2\sqrt{6}}{4} = \frac{5-2\sqrt{6}}{4}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{4} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۰

برای حل معادله $x^2 + bx = 0$ از روش مربع کامل باید به طرفین معادله $(\frac{b}{2})^2$ را اضافه کنیم، پس خواهیم داشت:

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}}}{2}\right)^2 = \frac{5-2\sqrt{6}}{4} = \frac{5-2\sqrt{6}}{4}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۱

برای آن که ریشه‌ها معکوس یکدیگر باشند، باید ضرب آن دو برابر یک شود، داریم:

$$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{+b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 + 2m - 3}{m - 1} = 1 \Rightarrow m^2 + 2m - 3 = m - 1 \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 - 4(1)(-2) = 9, m = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

$m = 1$ قابل قبول نیست، چون اگر $m = 1$ شود $m - 1 = 0$ می‌شود و معادله درجه ۲ به معادله درجه ۱ تبدیل خواهد شد و یک ریشه دارد.

$m = -2$ نیز غیر قابل قبول است چون زیر رادیکال منفی می‌شود. پس به ازای هیچ مقدار m ریشه‌ها معکوس یکدیگر نمی‌شوند.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۲

برای آن که ریشه‌ها معکوس یکدیگر باشند، باید ضرب آن دو برابر یک شود، داریم:

$$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{+b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 + 2m - 3}{m - 1} = 1 \Rightarrow m^2 + 2m - 3 = m - 1 \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 - 4(1)(-2) = 9, m = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

$m = 1$ قابل قبول نیست، چون اگر $m = 1$ شود $m - 1 = 0$ می‌شود و معادله درجه ۲ به معادله درجه ۱ تبدیل خواهد شد و یک ریشه دارد.

$m = -2$ نیز غیر قابل قبول است چون زیر رادیکال منفی می‌شود. پس به ازای هیچ مقدار m ریشه‌ها معکوس یکدیگر نمی‌شوند.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۳

$$6x^2 + 13x = 5 \xrightarrow{\div 6} x^2 + \frac{13}{6}x = \frac{5}{6}$$

اکنون مربع نصف ضریب x را به دو طرف تساوی اضافه می‌کنیم، لذا داریم:

$$x^2 + \frac{13}{6}x + \frac{169}{144} = \frac{169}{144} + \frac{5}{6} \Rightarrow \left(x + \frac{13}{12}\right)^2 = \frac{289}{144}$$

پس برای حل این معادله لازم است که از $\frac{289}{144}$ جذر بگیریم.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۲

$$6x^2 + 13x = 5 \xrightarrow{\div 6} x^2 + \frac{13}{6}x = \frac{5}{6}$$

اکنون مربع نصف ضریب x را به دو طرف تساوی اضافه می‌کنیم، لذا داریم:

$$x^2 + \frac{13}{6}x + \frac{169}{144} = \frac{169}{144} + \frac{5}{6} \Rightarrow \left(x + \frac{13}{12}\right)^2 = \frac{289}{144}$$

پس برای حل این معادله لازم است که از $\frac{289}{144}$ جذر بگیریم.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱۳

با جایگذاری $x = 2$ در معادله داریم:

$$\begin{aligned} 4a - 2(4a^2 + 4a) + (4a^3 + 6a^2 + 2a) &= 0 \\ \Rightarrow 4a - 8a^2 - 8a + 4a^3 + 6a^2 + 2a &= 0 \\ \Rightarrow 4a^3 - 2a^2 - 2a &= 0 \Rightarrow a(4a^2 - 2a - 2) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a(2a - 2)(2a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ غ.ق.ی} \\ 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

توجه کنید که اگر $a = 0$ باشد، معادله دیگر درجه دوم نیست پس قابل قبول نیست.

$$a \text{ حاصل ضرب مقادیر ممکن برای } a = \left(-\frac{1}{2}\right)(1) = -\frac{1}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱۳

با جایگذاری $x = 2$ در معادله داریم:

$$\begin{aligned} 4a - 2(4a^2 + 4a) + (4a^3 + 6a^2 + 2a) &= 0 \\ \Rightarrow 4a - 8a^2 - 8a + 4a^3 + 6a^2 + 2a &= 0 \\ \Rightarrow 4a^3 - 2a^2 - 2a &= 0 \Rightarrow a(4a^2 - 2a - 2) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a(2a - 2)(2a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ غ.ق.ی} \\ 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

توجه کنید که اگر $a = 0$ باشد، معادله دیگر درجه دوم نیست پس قابل قبول نیست.

$$a \text{ حاصل ضرب مقادیر ممکن برای } a = \left(-\frac{1}{2}\right)(1) = -\frac{1}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۴

$$\frac{0}{0} 6s^2 - \frac{0}{0} 2s + 120 = 134$$

$$\xrightarrow{\times 1000} 6s^2 - 20s + 120000 = 134000$$

$$\Rightarrow 6s^2 - 20s - 14000 = 0$$

$$\xrightarrow{\times 6} 36s^2 - 20(6s) - 84000 = 0$$

$$\Rightarrow (6s - 300)(6s + 280) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6s - 300 = 0 \Rightarrow s = 50 \\ 6s + 280 = 0 \Rightarrow s = -\frac{140}{3} \end{cases}$$

غ.ق.ی

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۴

$$\frac{0}{0} 6s^2 - \frac{0}{0} 2s + 120 = 134$$

$$\xrightarrow{\times 1000} 6s^2 - 20s + 120000 = 134000$$

$$\Rightarrow 6s^2 - 20s - 14000 = 0$$

$$\xrightarrow{\times 6} 36s^2 - 20(6s) - 84000 = 0$$

$$\Rightarrow (6s - 300)(6s + 280) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6s - 300 = 0 \Rightarrow s = 50 \\ 6s + 280 = 0 \Rightarrow s = -\frac{140}{3} \end{cases}$$

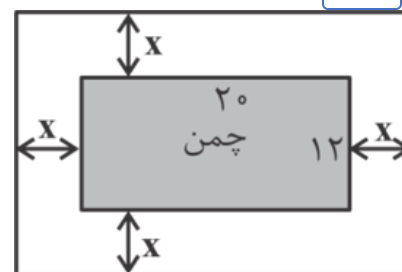
غ.ق.ی

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۵



شکل زمین باید به صورت بالا باشد. در این صورت ابعاد زمین برابر $2x + 20$ و $2x + 12$ می باشد. بنابراین:

$$(2x + 20)(2x + 12) = 384 \Rightarrow 4x^2 + 64x + 240 = 384$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 64x - 144 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 + 16x - 36 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 18) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \text{یا} \\ x = -18 \end{cases}$$

غ.ق.ی

ابعاد زمین $2x + 12 = 16$ و $2x + 20 = 24$ است. پس محیط زمین برابر است با:

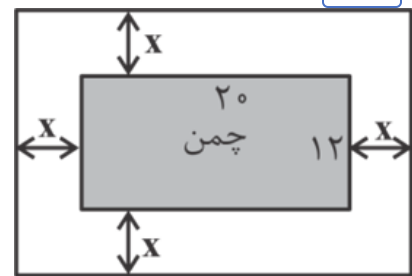
$$2(24 + 16) = 2 \times 40 = 80 \text{ متر}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۵



شکل زمین باید به صورت بالا باشد. در این صورت ابعاد زمین برابر $2x + 20$ و $2x + 12$ می باشد. بنابراین:

$$(2x + 20)(2x + 12) = 384 \Rightarrow 4x^2 + 64x + 240 = 384$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 64x - 144 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 + 16x - 36 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 18) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \text{یا} \\ x = -18 \end{cases} \quad \text{غ. ق.}$$

ابعاد زمین 16 و 24 است. پس محیط زمین برابر است با:

$$2(24 + 16) = 2 \times 40 = 80 \quad \text{متر}$$

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۱۶

$$(2k + 1)(2k - 1) = 9(2k + 1) + 26$$

$$4k^2 - 1 = 18k + 35$$

$$2k^2 - 9k - 18 = 0$$

$$k = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 144}}{4}$$

$$\text{غ ق ق} \quad k = -\frac{3}{2} \text{ یا } k = 6$$

$13 =$ عدد بزرگتر

$11 =$ عدد کوچکتر

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۱۶

$$(2k + 1)(2k - 1) = 9(2k + 1) + 26$$

$$4k^2 - 1 = 18k + 35$$

$$2k^2 - 9k - 18 = 0$$

$$k = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 144}}{4}$$

$$\text{غ ق ق} \quad k = -\frac{3}{2} \text{ یا } k = 6$$

$13 =$ عدد بزرگتر

$11 =$ عدد کوچکتر

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۷

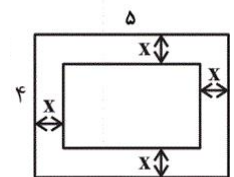
مطابق شکل زیر، ابعاد قالی $۵ - ۲x$ و $۴ - ۲x$ است. پس:

$$(۴ - ۲x)(۵ - ۲x) = ۱۲ \Rightarrow ۴x^2 - ۱۸x + ۲۰ = ۱۲$$

$$\Rightarrow ۴x^2 - ۱۸x + ۸ = ۰ \Rightarrow ۲x^2 - ۹x + ۴ = ۰$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4(2)(4) = ۴۹$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 \pm 7}{4} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ ۴ \end{array} \right. \times$$



توجه: به ازای $x = ۴$ ابعاد قالی منفی در می‌آید که قابل قبول نیست.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۷

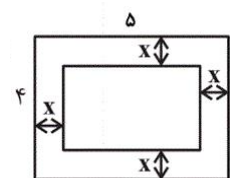
مطابق شکل زیر، ابعاد قالی $۵ - ۲x$ و $۴ - ۲x$ است. پس:

$$(۴ - ۲x)(۵ - ۲x) = ۱۲ \Rightarrow ۴x^2 - ۱۸x + ۲۰ = ۱۲$$

$$\Rightarrow ۴x^2 - ۱۸x + ۸ = ۰ \Rightarrow ۲x^2 - ۹x + ۴ = ۰$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4(2)(4) = ۴۹$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 \pm 7}{4} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ ۴ \end{array} \right. \times$$



توجه: به ازای $x = ۴$ ابعاد قالی منفی در می‌آید که قابل قبول نیست.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۸

شرط آن که معادله درجه دوم دو ریشه برابر داشته باشد، این است که $\Delta = 0$ باشد.

$$\begin{aligned} a' &= 1, b' = -(3a+1), c' = 2a^2 + 2 \\ \Delta &= b'^2 - 4a'c' = (3a+1)^2 - 4(1)(2a^2+2) = 0 \\ \Rightarrow 9a^2 + 6a + 1 - 8a^2 - 8 &= 0 \Rightarrow a^2 + 6a - 7 = 0 \\ \Rightarrow (a+7)(a-1) &= 0 \\ \Rightarrow a &= -7 \text{ یا } a = 1 \end{aligned}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۸

شرط آن که معادله درجه دوم دو ریشه برابر داشته باشد، این است که $\Delta = 0$ باشد.

$$\begin{aligned} a' &= 1, b' = -(3a+1), c' = 2a^2 + 2 \\ \Delta &= b'^2 - 4a'c' = (3a+1)^2 - 4(1)(2a^2+2) = 0 \\ \Rightarrow 9a^2 + 6a + 1 - 8a^2 - 8 &= 0 \Rightarrow a^2 + 6a - 7 = 0 \\ \Rightarrow (a+7)(a-1) &= 0 \\ \Rightarrow a &= -7 \text{ یا } a = 1 \end{aligned}$$

متوسط

تکاج ۱۳۸۴

گزینه درست: null

سوال ۱۹

این معادله قابل تجزیه به اعداد صحیح نمی باشد، لذا از فرمول معادله ی درجه دو با ضرایب $a = 5, b = 16, c = 2$ استفاده کنید.

$$\begin{aligned} 5x^2 + 16x + 2 &= 0 \\ x &= \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \times 5 \times 2}}{2 \times 5} \\ x &= \frac{-16 \pm \sqrt{216}}{10} \\ x &= \frac{-16 \pm 6\sqrt{6}}{10} \\ x &= \frac{-8 \pm 3\sqrt{6}}{5} \end{aligned}$$

متوسط

تکاج ۱۳۸۴

گزینه درست: null

سوال ۱۹

این معادله قابل تجزیه به اعداد صحیح نمی باشد، لذا از فرمول معادله ی درجه دو با ضرایب $a = 5, b = 16, c = 2$ استفاده کنید.

$$\begin{aligned} 5x^2 + 16x + 2 &= 0 \\ x &= \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \times 5 \times 2}}{2 \times 5} \\ x &= \frac{-16 \pm \sqrt{216}}{10} \\ x &= \frac{-16 \pm 6\sqrt{6}}{10} \\ x &= \frac{-8 \pm 3\sqrt{6}}{5} \end{aligned}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۰

$$6x^2 + 6x - 36 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اختلاف}} 5$$

جوابهای معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ با فرض $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ برابر با $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ هستند که مجموع آنها برابر است با:

$$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

برای معادله درجه دوم $-2x^2 + bx + 10 = 0$ داریم:

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = \frac{-b}{-2} = \frac{b}{2}$$

$$5 = \frac{\frac{b}{2}}{2} \Rightarrow \frac{b}{2} = 10 \Rightarrow b = 20$$

با جای‌گذاری $b=20$ در معادله $-2x^2 + bx + 10 = 0$ معادله به صورت $-2x^2 + 20x + 10 = 0$ در می‌آید که دلتای آن مثبت است و فرض ما درست بوده است.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۰

$$6x^2 + 6x - 36 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اختلاف}} 5$$

جوابهای معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ با فرض $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ برابر با $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ هستند که مجموع آنها برابر است با:

$$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

برای معادله درجه دوم $-2x^2 + bx + 10 = 0$ داریم:

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = \frac{-b}{-2} = \frac{b}{2}$$

$$5 = \frac{\frac{b}{2}}{2} \Rightarrow \frac{b}{2} = 10 \Rightarrow b = 20$$

با جای‌گذاری $b=20$ در معادله $-2x^2 + bx + 10 = 0$ معادله به صورت $-2x^2 + 20x + 10 = 0$ در می‌آید که دلتای آن مثبت است و فرض ما درست بوده است.

متوسط

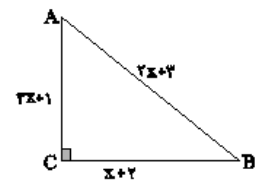
تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۱

قضیه فیثاغورس: $(x+2)^2 + (3x+1)^2 = (2x+3)^2$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 + 9x^2 + 6x + 1 = 4x^2 + 12x + 9$$



$$\Rightarrow 6x^2 - 2x - 4 = 0 \xrightarrow{\div 2} 3x^2 - x - 2 = 0$$

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ (که $a \neq 0$)؛ اگر مجموع ضرایب برابر صفر باشند ریشه‌ها ۱ و $-\frac{c}{a}$ خواهند بود.

$$\Rightarrow x = 1, x = -\frac{2}{3}$$

$x = -\frac{2}{3}$ غیرقابل قبول است، چرا که ضلع AC را منفی می‌کند و امکان ندارد پس $x = 1$ می‌باشد.

$$\Rightarrow \text{اضلاع } 3, 4, 5 \Rightarrow \begin{cases} 12 = 5 + 4 + 3 = \text{محیط} \\ 6 = (4 \times 3) \cdot \frac{1}{2} = \text{مساحت} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار مطلوب} = \frac{12}{6} = 2$$

متوسط

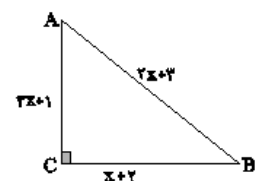
تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۱

قضیه فیثاغورس: $(x+2)^2 + (3x+1)^2 = (2x+3)^2$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 + 9x^2 + 6x + 1 = 4x^2 + 12x + 9$$



$$\Rightarrow 6x^2 - 2x - 4 = 0 \xrightarrow{\div 2} 3x^2 - x - 2 = 0$$

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ (که $a \neq 0$)؛ اگر مجموع ضرایب برابر صفر باشند ریشه‌ها ۱ و $-\frac{c}{a}$ خواهند بود.

$$\Rightarrow x = 1, x = -\frac{2}{3}$$

$x = -\frac{2}{3}$ غیرقابل قبول است، چرا که ضلع AC را منفی می‌کند و امکان ندارد پس $x = 1$ می‌باشد.

$$\Rightarrow \text{اضلاع } 3, 4, 5 \Rightarrow \begin{cases} 12 = 5 + 4 + 3 = \text{محیط} \\ 6 = (4 \times 3) \cdot \frac{1}{2} = \text{مساحت} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار مطلوب} = \frac{12}{6} = 2$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۲

$$\begin{cases} A = \sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} \\ B = \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} \end{cases} \Rightarrow A-B=C \xrightarrow{\text{به توان ۳}} (A-B)^3 = C^3$$

$$\Rightarrow A^3 - B^3 - 3AB(A-B) = C^3$$

$$\Rightarrow (5\sqrt{2}+7) - (5\sqrt{2}-7) - 3(5\sqrt{2}+7)(5\sqrt{2}-7)(C) = C^3$$

$$\Rightarrow 14 - 3(1)(C) = C^3 \Rightarrow C^3 + 3C = 14 \quad (*)$$

پیدا کردن مقدار C از معادله (*) به روش زیر ممکن است:

$$\text{حل معادله به روش تجزیه: } C^3 + 3C - 14 = 0 \Rightarrow C^3 + 3C - 8 - 6 = 0 \Rightarrow C^3 - 8 + 3C - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (C-2)(C^2+2C+4) + 3(C-2) = 0 \Rightarrow (C-2)(C^2+2C+4+3) = 0$$

$$\Rightarrow (C-2)(C^2+2C+7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} C=2 \\ C^2+2C+7=0 \end{cases} \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ جواب حقیقی ندارد}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۲

$$\begin{cases} A = \sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} \\ B = \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} \end{cases} \Rightarrow A-B=C \xrightarrow{\text{به توان ۳}} (A-B)^3 = C^3$$

$$\Rightarrow A^3 - B^3 - 3AB(A-B) = C^3$$

$$\Rightarrow (5\sqrt{2}+7) - (5\sqrt{2}-7) - 3(5\sqrt{2}+7)(5\sqrt{2}-7)(C) = C^3$$

$$\Rightarrow 14 - 3(1)(C) = C^3 \Rightarrow C^3 + 3C = 14 \quad (*)$$

پیدا کردن مقدار C از معادله (*) به روش زیر ممکن است:

$$\text{حل معادله به روش تجزیه: } C^3 + 3C - 14 = 0 \Rightarrow C^3 + 3C - 8 - 6 = 0 \Rightarrow C^3 - 8 + 3C - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (C-2)(C^2+2C+4) + 3(C-2) = 0 \Rightarrow (C-2)(C^2+2C+4+3) = 0$$

$$\Rightarrow (C-2)(C^2+2C+7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} C=2 \\ C^2+2C+7=0 \end{cases} \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ جواب حقیقی ندارد}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۳

$$x^2 + 3x = 2 \xrightarrow{b=3} \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = \frac{9}{1} \xrightarrow{\text{نسای اضافه می کنیم}} \frac{9}{4}$$

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 2 + \frac{9}{4} \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

باید از $\frac{17}{4}$ جذرگرفته شود.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۳

$$x^2 + 3x = 2 \xrightarrow{b=3} \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{نسای اضافه می کنیم}} \frac{9}{4}$$

را به دو طرف

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 2 + \frac{9}{4} \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

باید از $\frac{17}{4}$ جذرگرفته شود.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۴

ریشه معادله، در معادله صدق می‌کند، پس:

$$2x^2 - 3x - a = 0 \xrightarrow{\text{ریشه: } x=1} 2(1)^2 - 3(1) - a = 0$$

$$\Rightarrow -1 - a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4} \Rightarrow x = 1 \quad \text{یا} \quad x = \frac{1}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۴

ریشه معادله، در معادله صدق می‌کند، پس:

$$2x^2 - 3x - a = 0 \xrightarrow{\text{ریشه: } x=1} 2(1)^2 - 3(1) - a = 0$$

$$\Rightarrow -1 - a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4} \Rightarrow x = 1 \quad \text{یا} \quad x = \frac{1}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۵

$$6k - 2 = 9k^2 - 3k \Rightarrow 9k^2 - 9k + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (3k - 1)(3k - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{1}{3} \\ k_2 = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow k_1 + k_2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۵

$$6k - 2 = 9k^2 - 3k \Rightarrow 9k^2 - 9k + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (3k - 1)(3k - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{1}{3} \\ k_2 = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow k_1 + k_2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۶

چون معادله درجه دوم ریشه مضاعف دارد، پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$(-8a)^2 - 4(a)(-32a - 8) = 0 \Rightarrow 64a^2 + 128a^2 + 32a = 0$$

$$\Rightarrow 192a^2 + 32a = 0 \Rightarrow 32a(6a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 6a + 1 = 0 \\ 32a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ a = 0 \end{cases}$$

غ ق ق=۰

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۶

چون معادله درجه دوم ریشه مضاعف دارد، پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$(-8a)^2 - 4(a)(-32a - 8) = 0 \Rightarrow 64a^2 + 128a^2 + 32a = 0$$

$$\Rightarrow 192a^2 + 32a = 0 \Rightarrow 32a(6a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 6a + 1 = 0 \\ 32a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ a = 0 \end{cases}$$

غ ق ق=۰

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۷

دو عدد صحیح متوالی را x و $x+1$ در نظر می‌گیریم، پس:

$$x(x+1) - 2(x + (x+1)) = 8 \Rightarrow x^2 + x - 4x - 2 = 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 6 \\ x+1 = -1 \end{cases}$$

پس مربع عدد بزرگ‌تر، حداکثر برابر $6^2 = 36$ است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۷

دو عدد صحیح متوالی را x و $x+1$ در نظر می‌گیریم، پس:

$$x(x+1) - 2(x + (x+1)) = 8 \Rightarrow x^2 + x - 4x - 2 = 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 6 \\ x+1 = -1 \end{cases}$$

پس مربع عدد بزرگ‌تر، حداکثر برابر $6^2 = 36$ است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۸

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دارای ریشه مضاعف است، اگر $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ باشد، بنابراین:

$$(m-1)^2 - 4m \times 3 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 12m = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 14m + 1 = 0$$

$$\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 196 - 4 = 192$$

$$\begin{cases} m_1 = \frac{14 + \sqrt{192}}{2} \\ m_2 = \frac{14 - \sqrt{192}}{2} \end{cases} \Rightarrow m_1 + m_2 = 14$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۸

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دارای ریشه مضاعف است، اگر $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ باشد، بنابراین:

$$(m-1)^2 - 4m \times 3 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 12m = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 14m + 1 = 0$$

$$\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 196 - 4 = 192$$

$$\begin{cases} m_1 = \frac{14 + \sqrt{192}}{2} \\ m_2 = \frac{14 - \sqrt{192}}{2} \end{cases} \Rightarrow m_1 + m_2 = 14$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۹

$$\text{سن فعلی برادر اول} : x \xrightarrow{\text{۵ سال دیگر}} x + 5$$

$$\text{سن فعلی برادر دوم} : x - 8 \xrightarrow{\text{۵ سال دیگر}} x - 8 + 5 = x - 3$$

$$(x + 5)(x - 3) = 468 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 468 \Rightarrow x^2 + 2x - 483 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 23)(x - 21) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 21 \\ x = -23 \end{cases} \text{ع.ق.ع}$$

پس سن فعلی دو برادر ۲۱ و ۱۳ می‌باشد. n سال بعد سن آن‌ها $21 + n$ و $13 + n$ می‌شود.

$$(13 + n) + (21 + n) = 100 \Rightarrow 2n + 34 = 100 \Rightarrow 2n = 66 \Rightarrow n = 33$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۹

$$x + 5 \xrightarrow{\text{۵ سال دیگر}} x : \text{سن فعلی برادر اول}$$

$$x - 3 \xrightarrow{\text{۵ سال دیگر}} x - 8 + 5 = x - 3 \quad \text{سن فعلی برادر دوم}$$

$$(x + 5)(x - 3) = 468 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 468 \Rightarrow x^2 + 2x - 483 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 23)(x - 21) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 21 \\ x = -23 \end{cases} \quad \text{ع.ق.ع}$$

پس سن فعلی دو برادر ۲۱ و ۱۳ می‌باشد. n سال بعد سن آن‌ها ۲۱ + n و ۱۳ + n می‌شود.

$$(13 + n) + (21 + n) = 100 \Rightarrow 2n + 34 = 100 \Rightarrow 2n = 66 \Rightarrow n = 33$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۰

یک عبارت گویا به ازای مقدارهایی از متغیر که مخرج آن صفر می‌شود، تعریف نمی‌گردد. مخرج کسر عبارت است از $\frac{x}{x^2 + x - 6}$ که به صورت $\frac{x}{(x-2)(x+3)}$ است و به ازای $x = 0$ این کسر صفر می‌شود همچنین به ازای $x = 2$ و $x = -3$ مخرج آن صفر می‌شود، پس عبارت گویا به ازای $x = 0, 2, -3$ تعریف نمی‌شود.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۰

یک عبارت گویا به ازای مقدارهایی از متغیر که مخرج آن صفر می‌شود، تعریف نمی‌گردد. مخرج کسر عبارت است از $\frac{x}{x^2 + x - 6}$ که به صورت $\frac{x}{(x-2)(x+3)}$ است و به ازای $x = 0$ این کسر صفر می‌شود همچنین به ازای $x = 2$ و $x = -3$ مخرج آن صفر می‌شود، پس عبارت گویا به ازای $x = 0, 2, -3$ تعریف نمی‌شود.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۳۱

$$3x^2 - x = 10 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{10}{3} \Rightarrow x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{10}{3} + \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{121}{36} \Rightarrow a = 6, b = 121$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۳۱

$$3x^2 - x = 10 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{10}{3} \Rightarrow x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{10}{3} + \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{121}{36} \Rightarrow a = 6, b = 121$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۲

اگر معادله درجه دوم ریشه مضاعف داشته باشد، باید $\Delta = 0$ باشد:

$$2x^2 - 5x - a = 0$$

$$\Delta = 25 - 4(2)(-a) = 0 \Rightarrow 8a = -25 \Rightarrow a = -\frac{25}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \quad \text{ریشه مضاعف}$$

$$\text{حاصل جمع مقدار } a \text{ با ریشه مضاعف} = \frac{5}{4} - \frac{25}{8} = \frac{10 - 25}{8} = -\frac{15}{8}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۲

اگر معادله درجه دوم ریشه مضاعف داشته باشد، باید $\Delta = 0$ باشد:

$$2x^2 - 5x - a = 0$$

$$\Delta = 25 - 4(2)(-a) = 0 \Rightarrow 8a = -25 \Rightarrow a = \frac{-25}{8}$$

$$\text{ریشه مضاعف: } x_{1,2} = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4}$$

$$\text{حاصل جمع مقدار } a \text{ با ریشه مضاعف} = \frac{5}{4} - \frac{25}{8} = \frac{10 - 25}{8} = \frac{-15}{8}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۳

$$\frac{t^2}{9} - \frac{t}{6} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 2t^2 - 3t - 9 = 0 \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \times 2(-9) = 81$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow |t_1 - t_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{81}}{2} = \frac{9}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۳

$$\frac{t^2}{9} - \frac{t}{6} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 2t^2 - 3t - 9 = 0 \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \times 2(-9) = 81$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow |t_1 - t_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{81}}{2} = \frac{9}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۴

سه عدد متوالی مضرب ۳ را به صورت $3x-3$ ، $3x$ ، $3x+3$ در نظر می‌گیریم. در نتیجه:

$$(3x-3)^2 + (3x)^2 + (3x+3)^2 = 45$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 18x + 9 + 9x^2 + 9x^2 + 18x + 9 = 45$$

$$\Rightarrow 27x^2 + 18 = 45 \Rightarrow 27x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x = 1 \xrightarrow{\text{عدد } 3} 0, 3, 6 \Rightarrow |0 + 3 + 6| = 9$$

$$x = -1 \xrightarrow{\text{عدد } 3} -6, -3, 0 \Rightarrow |-6 - 3 + 0| = 9$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۴

سه عدد متوالی مضرب ۳ را به صورت $3x-3$ ، $3x$ ، $3x+3$ در نظر می‌گیریم. در نتیجه:

$$(3x-3)^2 + (3x)^2 + (3x+3)^2 = 45$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 18x + 9 + 9x^2 + 9x^2 + 18x + 9 = 45$$

$$\Rightarrow 27x^2 + 18 = 45 \Rightarrow 27x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x = 1 \xrightarrow{\text{عدد } 3} 0, 3, 6 \Rightarrow |0 + 3 + 6| = 9$$

$$x = -1 \xrightarrow{\text{عدد } 3} -6, -3, 0 \Rightarrow |-6 - 3 + 0| = 9$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۵

$$x(x+3) = -3a \Rightarrow x^2 + 3x = -3a$$

مربع نصف ضریب x را به طرفین اضافه می‌کنیم:

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4} - 3a \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} - 3a$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{9}{4} - 3a}$$

چون معادله جواب ندارد، پس عبارت زیر رادیکال منفی است:

$$\frac{9}{4} - 3a < 0 \Rightarrow 3a > \frac{9}{4} \Rightarrow a > \frac{\frac{9}{4}}{3} \Rightarrow a > \frac{3}{4}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۵

$$x(x+3) = -3a \Rightarrow x^2 + 3x = -3a$$

مربع نصف ضریب x را به طرفین اضافه می‌کنیم:

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4} - 3a \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} - 3a$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{9}{4} - 3a}$$

چون معادله جواب ندارد، پس عبارت زیر رادیکال منفی است:

$$\frac{9}{4} - 3a < 0 \Rightarrow 3a > \frac{9}{4} \Rightarrow a > \frac{\frac{9}{4}}{3} \Rightarrow a > \frac{3}{4}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۳۶

اگر طول مستطیل (مزرعه) را a و عرض آن را b در نظر بگیریم، داریم:

$$\text{محیط مزرعه} = 2(a+b) = 50$$

$$\Rightarrow a+b=25 \Rightarrow a=25-b$$

$$\text{مساحت مزرعه} = S = a \times b = (25-b)(b) = 144$$

$$\Rightarrow 25b - b^2 = 144 \Rightarrow b^2 - 25b + 144 = 0 \Rightarrow (b-16)(b-9) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=16 \Rightarrow a=9 \\ b=9 \Rightarrow a=16 \end{cases} \text{ غ.ق.ی.}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

توجه کنید که باید $a > b$ باشد.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۳۶

اگر طول مستطیل (مزرعه) را a و عرض آن را b در نظر بگیریم، داریم:

$$۲(a + b) = ۵۰ \quad \text{محیط مزرعه}$$

$$\Rightarrow a + b = ۲۵ \Rightarrow a = ۲۵ - b$$

$$۱۴۴ = S = a \times b = (۲۵ - b)(b) \quad \text{مساحت مزرعه}$$

$$\Rightarrow ۲۵b - b^2 = ۱۴۴ \Rightarrow b^2 - ۲۵b + ۱۴۴ = ۰ \Rightarrow (b - ۱۶)(b - ۹) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = ۱۶ \Rightarrow a = ۹ \\ b = ۹ \Rightarrow a = ۱۶ \end{cases} \quad \text{غ.ق.ی}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{۱۶}{۹}} = \frac{۴}{۳}$$

توجه کنید که باید $a > b$ باشد.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۷

اگر تعداد تیم‌ها را x بگیریم، هر تیم با $x-1$ تیم دیگر باید بازی کند که می‌شود $\frac{x(x-1)}{۲}$ بازی، از طرفی چون بازی‌ها رفت و برگشتی است در مجموع $x(x-1)$ بازی داریم، پس:

$$x(x-1) = ۵۶ \Rightarrow x^2 - x - ۵۶ = ۰ \Rightarrow (x-۸)(x+۷) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۸ \\ x = -۷ \times \end{cases}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۷

اگر تعداد تیم‌ها را x بگیریم، هر تیم با $x-1$ تیم دیگر باید بازی کند که می‌شود $\frac{x(x-1)}{۲}$ بازی، از طرفی چون بازی‌ها رفت و برگشتی است در مجموع $x(x-1)$ بازی داریم، پس:

$$x(x-1) = ۵۶ \Rightarrow x^2 - x - ۵۶ = ۰ \Rightarrow (x-۸)(x+۷) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۸ \\ x = -۷ \times \end{cases}$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۸

$$۲x^2 - ۳x = ۵ \xrightarrow{\div ۲} x^2 - \frac{۳}{۲}x = \frac{۵}{۲} \quad (۱)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\text{ضریب } x}{۲}\right)^2 = \left(\frac{-\frac{۳}{۲}}{۲}\right)^2 = \left(-\frac{۳}{۴}\right)^2 = \frac{۹}{۱۶}$$

$\frac{۹}{۱۶}$ را باید به طرفین تساوی (۱) اضافه کنیم.

ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۸

$$2x^2 - 3x = 5 \xrightarrow{\div 2} x^2 - \frac{3}{2}x = \frac{5}{2} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \left(\frac{-\frac{3}{2}}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$\frac{9}{16}$ را باید به طرفین تساوی (۱) اضافه کنیم.

متوسط

تکاج ۱۳۸۴

گزینه درست: null

سوال ۳۹

$$x^2 - 8x + 13 = 0$$

$$x^2 - 8x = -13 \quad \left[\frac{1}{2}(-8)\right]^2 = (-4)^2 = 16$$

۱۶ را به طرفین اضافه کنید. $x^2 - 8x + 16 = 3$

$$(x - 4)^2 = 3$$

$$x - 4 = \pm\sqrt{3}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{3}$$

متوسط

تکاج ۱۳۸۴

گزینه درست: null

سوال ۳۹

$$x^2 - 8x + 13 = 0$$

$$x^2 - 8x = -13 \quad \left[\frac{1}{2}(-8)\right]^2 = (-4)^2 = 16$$

۱۶ را به طرفین اضافه کنید. $x^2 - 8x + 16 = 3$

$$(x - 4)^2 = 3$$

$$x - 4 = \pm\sqrt{3}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{3}$$

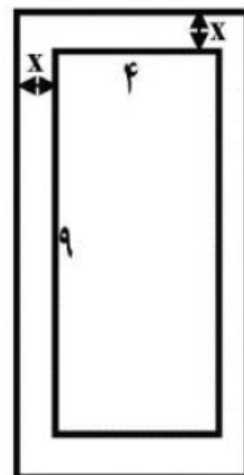
دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۰

اگر فاصله لبه های عکس از لبه های قاب را x در نظر بگیریم، داریم:



$$\text{مساحت قاب} = (9 + 2x)(4 + 2x) = 104$$

$$\Rightarrow 36 + 26x + 4x^2 = 104$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 26x - 68 = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 4)(2x + 17) = 0$$

$$\begin{cases} 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ 2x + 17 = 0 \Rightarrow x = -\frac{17}{2} \text{ غ.ق.} \end{cases}$$

پس طول قاب برابر با 13 و $9 + 2x = 13$ عرض آن برابر با $4 + 2x = 8$ است.

$$\text{محیط قاب} = 2 \times (13 + 8) = 42 \quad \text{سانتی متر}$$

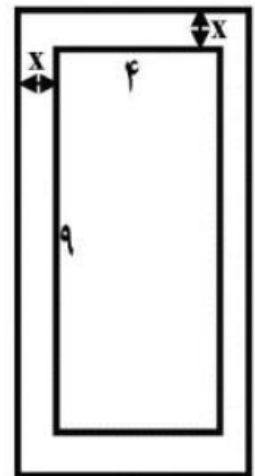
دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۰

اگر فاصله لبه های عکس از لبه های قاب را x در نظر بگیریم، داریم:



$$\text{مساحت قاب} = (9 + 2x)(4 + 2x) = 104$$

$$\Rightarrow 36 + 26x + 4x^2 = 104$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 26x - 68 = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 4)(2x + 17) = 0$$

$$\begin{cases} 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ 2x + 17 = 0 \Rightarrow x = -\frac{17}{2} \end{cases} \text{ غ.ق.ی.}$$

پس طول قاب برابر با $9 + 2x = 13$ و عرض آن برابر با $4 + 2x = 8$ است.

$$\text{محیط قاب} = 2 \times (13 + 8) = 42 \quad \text{سانتی متر}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۱

ریشه مضاعف یعنی $\Delta = 0$ است، پس:

$$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-3)^2 - 4(m-2)(m+2) = 0 \Rightarrow m^2 - 4 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow m = \pm \frac{5}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۱

ریشه مضاعف یعنی $\Delta = 0$ است، پس:

$$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-3)^2 - 4(m-2)(m+2) = 0 \Rightarrow m^2 - 4 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow m = \pm \frac{5}{2}$$

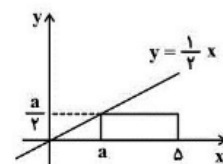
متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۲

گزینه «۲»



$5 - a$: طول و $\frac{a}{5}$: عرض

$$\frac{a}{5}(5 - a) = 3 \Rightarrow 5a - a^2 = 6 \Rightarrow a^2 - 5a + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 3 \end{cases}$$

$a = 2 \Rightarrow$ محیط : ۱ : عرض و ۳ : طول

$a = 3 \Rightarrow$ محیط : ۲ : عرض و ۳ : طول

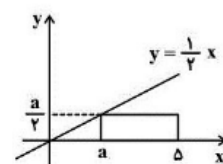
متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۲

گزینه «۲»



$5 - a$: طول و $\frac{a}{5}$: عرض

$$\frac{a}{5}(5 - a) = 3 \Rightarrow 5a - a^2 = 6 \Rightarrow a^2 - 5a + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 3 \end{cases}$$

$a = 2 \Rightarrow$ محیط : ۱ : عرض و ۳ : طول

$a = 3 \Rightarrow$ محیط : ۲ : عرض و ۳ : طول

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۳

$$2x(x+2) = -k \Rightarrow 2x^2 + 4x + k = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (4)^2 - 4(2)(k) < 0$$

$$\Rightarrow 16 - 8k < 0 \Rightarrow 8k > 16 \Rightarrow k > 2$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \min(k) = 3$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۳

$$2x(x+2) = -k \Rightarrow 2x^2 + 4x + k = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (4)^2 - 4(2)(k) < 0$$

$$\Rightarrow 16 - 8k < 0 \Rightarrow 8k > 16 \Rightarrow k > 2$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \min(k) = 3$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴۴

$$(الف) \quad x^2 - 10x + 25 = 2 + 25 \Rightarrow (x-5)^2 = 27 \Rightarrow x = 5 \pm 3\sqrt{3}$$

$$(ب) \quad x_1, x_2 = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{2+16}}{2} = \frac{-\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$x_1 = \sqrt{2}, \quad x_2 = -2\sqrt{2}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴۴

$$(الف) \quad x^2 - 10x + 25 = 2 + 25 \Rightarrow (x-5)^2 = 27 \Rightarrow x = 5 \pm 3\sqrt{3}$$

$$(ب) \quad x_1, x_2 = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{2+16}}{2} = \frac{-\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$x_1 = \sqrt{2}, \quad x_2 = -2\sqrt{2}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۵

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow \left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{m}\right)(m) = 0$$

$$\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - 4 = 0 \Rightarrow \left(\frac{m+1}{m}\right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{m+1}{m} = 2 \Rightarrow m = 1 \\ \frac{m+1}{m} = -2 \Rightarrow m = \frac{1}{3} \end{cases}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۵

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow \left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{m}\right)(m) = 0$$

$$\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - 4 = 0 \Rightarrow \left(\frac{m+1}{m}\right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{m+1}{m} = 2 \Rightarrow m = 1 \\ \frac{m+1}{m} = -2 \Rightarrow m = \frac{1}{3} \end{cases}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۶

از آنجایی که معادله دارای ریشه مضاعف است، دلتای آن باید صفر باشد:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 4m - 4 = 0 \Rightarrow m^2 - 6m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 12}}{2} = 3 \pm \sqrt{12} \quad (1)$$

از طرفی ریشه مضاعف که برابر با $x = -\frac{b}{2a}$ است باید منفی باشد، پس:

$$-\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow -\frac{(m-1)}{2} < 0 \Rightarrow m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} m = 3 + \sqrt{12}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۶

از آنجایی که معادله دارای ریشه مضاعف است، دلتای آن باید صفر باشد:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 4m - 4 = 0 \Rightarrow m^2 - 6m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 12}}{2} = 3 \pm \sqrt{12} \quad (1)$$

از طرفی ریشه مضاعف که برابر با $x = -\frac{b}{2a}$ است باید منفی باشد، پس:

$$-\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow -\frac{(m-1)}{2} < 0 \Rightarrow m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} m = 3 + \sqrt{12}$$

دشوار

تکاج ۱۳۸۴

گزینه درست: null

سوال ۴۷

$x =$ طول ضلع مربع اولیه آنگاه $x - 6 =$ طول ضلع جعبه از فرمول حجم = (طول) (عرض) (ارتفاع) استفاده کنید:

$$3(x-6)^2 = 75$$

$$(x-6)^2 = 25$$

$$(x-6) = \pm 5$$

$$x = 6 \pm 5$$

بنابراین $x = 11$ یا $x = 1$ بدیهی است که مقدار دوم قابل قبول نیست، بنابراین ابعاد مربع اولیه بایستی ۱۱ سانتی متر باشد.

دشوار

تکاج ۱۳۸۴

گزینه درست: null

سوال ۴۷

$x =$ طول ضلع مربع اولیه آنگاه $x - 6 =$ طول ضلع جعبه از فرمول حجم = (طول) (عرض) (ارتفاع) استفاده کنید:

$$3(x - 6)^2 = 75$$

$$(x - 6)^2 = 25$$

$$(x - 6) = \pm 5$$

$$x = 6 \pm 5$$

بنابراین $x = 11$ یا $x = 1$ بدیهی است که مقدار دوم قابل قبول نیست، بنابراین ابعاد مربع اولیه بایستی ۱۱ سانتی متر باشد.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۸

در این معادله، مبین معادله $\Delta = (2\sqrt{5})^2 - 4 \times 5 = 0$ است، چون مبین معادله صفر است، ریشه‌ها برابرند و $\frac{-b}{2a} = -\sqrt{5}$ ، پس هر کدام از ریشه‌ها گنگ هستند.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۸

در این معادله، مبین معادله $\Delta = (2\sqrt{5})^2 - 4 \times 5 = 0$ است، چون مبین معادله صفر است، ریشه‌ها برابرند و $\frac{-b}{2a} = -\sqrt{5}$ ، پس هر کدام از ریشه‌ها گنگ هستند.

متوسط

تکاج ۱۳۸۴

گزینه درست: null

سوال ۴۹

دسته بندی عامل‌ها $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$

$$x^2(x - 5) - 4(x - 5) = 0$$

$$(x - 5)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x - 5)(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 5 \text{ یا } x = 2 \text{ یا } x = -2$$

معادله‌هایی که دارای رادیکال هستند به عمل اضافی نیازمندند: به طور معمول معادله $a = b$ با معادله $a^n = b^n$ هم‌ارز نیست. ولی اگر n فرد باشد، این دو معادله دارای جواب حقیقی یکسانی هستند. اگر n زوج باشد، همه جواب‌های معادله $a = b$ در بین جواب‌های معادله $a^n = b^n$ یافت می‌شود. بنابراین مجاز است که طرفین یک معادله به توان یک عدد فرد برسد و مجاز است که طرفین معادله به توان یک عدد زوج برسد. مشروط بر این‌که تمام جواب‌های معادله جدید در معادله‌ی اولیه کنترل شود که آیا جواب آن معادله است یا خیر.

متوسط

تکاج ۱۳۸۴

گزینه درست: null

سوال ۴۹

دسته بندی عامل ها $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$

$$x^2(x - 5) - 4(x - 5) = 0$$

$$(x - 5)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x - 5)(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 5 \text{ یا } x = 2 \text{ یا } x = -2$$

معادله‌هایی که دارای رادیکال هستند به عمل اضافی نیازمندند: به طور معمول معادله $a = b$ با معادله $a^n = b^n$ هم‌ارز نیست. ولی اگر n فرد باشد، این دو معادله دارای جواب حقیقی یکسانی هستند. اگر n زوج باشد، همه جواب‌های معادله $a = b$ در بین جواب‌های معادله $a^n = b^n$ یافت می‌شود. بنابراین مجاز است که طرفین یک معادله به توان یک عدد فرد برسد و مجاز است که طرفین معادله به توان یک عدد زوج برسد. مشروط بر این‌که تمام جواب‌های معادله جدید در معادله‌ی اولیه کنترل شود که آیا جواب آن معادله است یا خیر.

ساده

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵۰

اگر طول سرامیک را x و عرض آن را y فرض کنیم، داریم:

$$x = 3y + 2$$

$$\text{مساحت زمین} = 2000(xy) = 24m^2 \Rightarrow 2000(y)(3y + 2) = 24 \times 10^4 cm^2$$

$$\Rightarrow 3y^2 + 2y = 120 \Rightarrow 3y^2 + 2y - 120 = 0 \Rightarrow (y - 6)(3y + 20) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{20}{3} \\ y = 6cm \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$\Rightarrow x = 3 \times 6 + 2 = 20cm$$

ساده

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵۱

اگر طول سرامیک را x و عرض آن را y فرض کنیم، داریم:

$$x = 3y + 2$$

$$\text{مساحت زمین} = 2000(xy) = 24m^2 \Rightarrow 2000(y)(3y + 2) = 24 \times 10^4 cm^2$$

$$\Rightarrow 3y^2 + 2y = 120 \Rightarrow 3y^2 + 2y - 120 = 0 \Rightarrow (y - 6)(3y + 20) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{20}{3} \\ y = 6cm \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$\Rightarrow x = 3 \times 6 + 2 = 20cm$$

دشواری

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵۱

$$(x - 2)^2 = (k - 1)^2 \Rightarrow x - 2 = \pm(k - 1)^2 \Rightarrow x = \pm(k - 1)^2 + 2$$

$$\text{قدر مطلق تفاضل جواب‌ها} = ((k - 1)^2 + 2) - (-(k - 1)^2 + 2)$$

$$= 2(k - 1)^2 = 8 \Rightarrow (k - 1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k - 1 = 2 \Rightarrow k = 3 \\ k - 1 = -2 \Rightarrow k = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{حاصل ضرب} = 3 \times (-1) = -3$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵۱

$$(x-2)^2 = (k-1)^2 \Rightarrow x-2 = \pm(k-1) \Rightarrow x = \pm(k-1) + 2$$

$$\text{قدر مطلق تفاضل جوابها} = ((k-1)^2 + 2) - (-(k-1)^2 + 2)$$

$$= 2(k-1)^2 = 8 \Rightarrow (k-1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k-1=2 \Rightarrow k=3 \\ k-1=-2 \Rightarrow k=-1 \end{cases} \Rightarrow \text{حاصل ضرب} = 3 \times (-1) = -3$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۲

اگر اعداد صحیح متوالی را x و $x+1$ در نظر بگیریم، داریم:

$$x^2 + (x+1)^2 = 61 \Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 61$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 60 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-5) = 0 \Rightarrow x = -6 \text{ یا } x = 5$$

چون اعداد صحیح مدنظر است، پس هر دو جواب قابل قبول است.

$$\begin{cases} x = 5 \\ x+1 = 5+1 = 6 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} x = -6 \\ x+1 = -6+1 = -5 \end{cases}$$

پس مجموع دو عدد ۱۱ یا -۱۱ می‌شود.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۲

اگر اعداد صحیح متوالی را x و $x+1$ در نظر بگیریم، داریم:

$$x^2 + (x+1)^2 = 61 \Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 61$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 60 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-5) = 0 \Rightarrow x = -6 \text{ یا } x = 5$$

چون اعداد صحیح مدنظر است، پس هر دو جواب قابل قبول است.

$$\begin{cases} x = 5 \\ x+1 = 5+1 = 6 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} x = -6 \\ x+1 = -6+1 = -5 \end{cases}$$

پس مجموع دو عدد ۱۱ یا -۱۱ می‌شود.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۳

$$2x^2 + 5x = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{2}x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{3}{2} + \frac{25}{16} = \frac{49}{16} \Rightarrow a = \frac{5}{4}, b = \frac{49}{16}$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{20}{16} + \frac{49}{16} = \frac{69}{16}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۳

$$2x^2 + 5x = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{2}x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{3}{2} + \frac{25}{16} = \frac{49}{16} \Rightarrow a = \frac{5}{4}, b = \frac{49}{16}$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{20}{16} + \frac{49}{16} = \frac{69}{16}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵۴

معادله درجه دوم زمانی ریشه مضاعف دارد که $\Delta = 0$ شود.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2m + 3)^2 - 4(1)(m^2) = (2m + 3)^2 - 4m^2 = 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 + 9 + 12m - 4m^2 = 0 \Rightarrow 9 + 12m = 0$$

$$\Rightarrow 12m = -9 \Rightarrow m = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$$

با فرض $m = -\frac{3}{4}$ می‌توانیم ریشه مضاعف را پیدا کنیم.

$$\text{ریشه مضاعف } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-(2m + 3)}{2(1)} = \frac{2m + 3}{2}$$

$$x = \frac{2\left(-\frac{3}{4}\right) + 3}{2} = \frac{-\frac{3}{2} + 3}{2} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵۴

معادله درجه دوم زمانی ریشه مضاعف دارد که $\Delta = 0$ شود.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2m + 3)^2 - 4(1)(m^2) = (2m + 3)^2 - 4m^2 = 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 + 9 + 12m - 4m^2 = 0 \Rightarrow 9 + 12m = 0$$

$$\Rightarrow 12m = -9 \Rightarrow m = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$$

با فرض $m = -\frac{3}{4}$ می‌توانیم ریشه مضاعف را پیدا کنیم.

$$\text{ریشه مضاعف } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-(2m + 3)}{2(1)} = \frac{2m + 3}{2}$$

$$x = \frac{2\left(-\frac{3}{4}\right) + 3}{2} = \frac{-\frac{3}{2} + 3}{2} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$